



REFORMA DE CONTENIDOS ONC MATEMÁTICA, PRIMERO BÁSICO

Propuesta: José Carlos Bonilla
Colaboración: Glenda Gómez
Versión: 1.0

**Contenidos declarativos, procedimentales y algunos comentarios explicativos.*

1 — TEORÍA DE CONJUNTOS

1.1 Fundamentos. Manejo teórico y operativo de conceptos como el de conjunto vacío, conjunto universo, cardinalidad, y las relaciones de pertenencia (\in) y contención (\subseteq). Conjuntos numéricos: conjunto de los números naturales (\mathbb{N}), enteros (\mathbb{Z}), racionales (\mathbb{Q}) y los números reales (\mathbb{R}).

1.2 Operaciones con conjuntos. Representación gráfica, enumerativa y descriptiva de la unión o intersección de dos o más conjuntos. Representación gráfica, enumerativa y descriptiva de la diferencia o diferencia simétrica de dos conjuntos, y del complemento de un conjunto dentro de un universo dado (notación: A^C es el complemento del conjunto A). Pares ordenados, construcción gráfica y enumerativa del producto cartesiano de dos conjuntos dados. Cardinalidad de un conjunto. Principio de inclusión y exclusión para dos conjuntos.

1.3 Subconjuntos. Capacidad de enumerar todos los subconjuntos de un conjunto dado que posea una cantidad reducida de elementos (por ejemplo: el conjunto de las vocales). Contención propia (\subset) e impropia (\subseteq). Escritura de subconjuntos infinitos de los enteros o naturales en forma descriptiva (por ejemplo, los múltiplos de tres pueden codificarse en forma descriptiva así: $\{3k \mid k \in \mathbb{Z}\}$).

2 — LÓGICA Y RAZONAMIENTO

2.1 Conceptos básicos. Concepto de proposición y valor de verdad. Diferenciación entre proposición y proposición abierta¹. Capacidad de elaborar argumentos convincentes.²

¹Una proposición abierta es aquella que tiene variables indeterminadas y no cuantificadas, propiamente hablando no es una proposición pues no tiene valor de verdad, a menos que se determine el valor de sus variables. Por ejemplo: “El número x es par” es una proposición abierta. Puede concebirse como un conjunto de proposiciones.

²En particular, si al alumno se le solicita un argumento, se espera una explicación clara y convincente, aunque no debe cubrir absolutamente todos los detalles ni ser enteramente formal. Una demostración en matemáticas, por el contrario, debe ser clara, convincente, formal y sin agujeros lógicos. Se posterga la evaluación de demostraciones a grados posteriores.

2.2 Acertijos lógicos. Pueden ser de diversa índole: problemas que involucren el valor de verdad de oraciones; la utilización de balanzas o contenedores para realizar ingeniosamente cálculos o comparaciones; búsqueda de errores en razonamientos; problemas que versen sobre mensajes codificados; búsqueda de estrategias óptimas para ser aplicadas a juegos matemáticos, o situaciones varias; etc. ³

2.3 Patrones. Identificación y aplicación de patrones establecidos a figuras geométricas, tablas de datos, números u otros objetos para la determinación de un objeto final, después de un número finito de aplicaciones de la regla o patrón⁴.

3 — ARITMÉTICA

3.1 Axiomas. Comprensión de las leyes o axiomas algebraicos de los números, con respecto a las operaciones de suma y multiplicación (conmutatividad, asociatividad, distributividad, existencia del elemento neutro y la unidad, y existencia de elementos simétricos e inversos).

3.2 Divisibilidad. Definición de la relación de divisibilidad. Diferenciación entre la relación de divisibilidad ($4 \mid 12$ es verdadero) y la operación de división ($12 \div 4 = 3$). Algoritmo de la división (dividendo = divisor por cociente más residuo). Propiedades de la divisibilidad en los naturales (reflexividad, antisimetría y transitividad). Definiciones de divisor, múltiplo, divisor común, múltiplo común, máximo común divisor (MCD) y mínimo común múltiplo (MCM) para dos o más números. Criterios de divisibilidad entre 2, 3, 4, 5, 9 y 10.

3.3 Primos. Definiciones de número primo y número compuesto. Definición de primos relativos. Criterio para verificar si un número dado es primo (verificar si es múltiplo de algún número mayor que 1 y menor o igual a su raíz cuadrada). Construcción de la criba de Eratóstenes.

3.4 Teorema fundamental de la Aritmética. Comprensión del enunciado del teorema. Factorización en primos de un número natural dado. Determinación del máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de dos o más números vía sus factores primos.

3.5 Operatoria. Suma, resta, multiplicación y división de números enteros y racionales. Manejo de las operaciones mencionadas tanto en decimales como con números fraccionarios. Fracciones equivalentes y simplificación de las mismas. Conversión de números racionales entre las formas

³Esta sección puede combinarse con otros contenidos de ésta y otras áreas, por lo que es evaluada de manera frecuente.

⁴Algunos problemas que consisten en la detección de patrones no son problemas matemáticos válidos, pues pueden depender del punto de vista y tener infinitas respuestas posibles. Tales problemas no serán evaluados. Ejemplo de un problema inválido: “Hallar el siguiente número en la sucesión: 2, 4, 6, ...”. El problema es inválido pues tiene infinitas posibles respuestas, el patrón podría continuar así: “2, 4, 6, 12, 14, 16, 22, 24, 26, 32, 34, 36, 42, 44, 46, ...”, o así: “2, 4, 6, 6, 8, 10, 10, 12, 14, 14, 16, 18, 18, ...”. Note cuán diferente parece el último patrón si se lee de tres en tres (el patrón parece completo), o si se pone atención únicamente a los números que se repiten y los que no se repiten, que ocurren de manera alternada (el patrón parece incompleto pues el 2 “debería” repetirse). Incluso podría no haber un patrón, tal y como se entiende la palabra. Sólo las definiciones pueden depender del punto de vista, no así los problemas en matemática.

siguientes: número mixto, fracción (propia o impropia), número decimal y porcentaje. Potenciación y radicación de enteros. Leyes de los exponentes. Leyes de los signos para la multiplicación o división de números. Jerarquía de las operaciones incluyendo signos de agrupación.

3.6 Orden. Relaciones de orden ($<$, $>$, \leq y \geq). Capacidad de ordenar de menor a mayor o de mayor a menor un conjunto dado de números enteros o racionales, posiblemente expresados mediante combinaciones de operaciones aritméticas. La desigualdad cuadrática como herramienta para elaborar argumentos (la desigualdad cuadrática dice que todo número real elevado al cuadrado da un resultado no negativo).

3.7 Sucesiones y series. Definiciones de sucesiones aritméticas, sucesiones geométricas, series aritméticas y series geométricas. Fórmula de Gauss para la suma de enteros consecutivos. Determinación de términos específicos en sucesiones definidas recursivamente o de forma cerrada. Definición de factorial y su jerarquía en las operaciones.

4 — GEOMETRÍA EUCLIDIANA

4.1 Razonamiento espacial. Capacidad de imaginar figuras sólidas construidas a partir de otras más simples. Estrategias para contar aristas, caras y vértices de figuras sólidas construidas a partir de cubos, tetraedros regulares, prismas y otras figuras simples. Rotación, traslación y reflexión de figuras sólidas o planas, posiblemente iteradas o combinadas.

4.2 Conceptos básicos. Segmentos de recta, definición de circunferencia, arcos de circunferencia, rectas tangentes a circunferencias, rectas secantes a circunferencias, diámetro y radio de circunferencias. Proporcionalidad como factor de conversión, y conversiones entre medidas lineales, cuadráticas y cúbicas (por ejemplo, de metros cúbicos a centímetros cúbicos).

4.3 Polígonos. Clasificación y nomenclatura de las figuras según el número de lados y otras propiedades (triángulos, cuadriláteros, paralelogramos, rombos, cuadrados, rectángulos, romboides⁵, trapecios, trapezoides, pentágonos, hexágonos, etc.). Clasificación de triángulos según sus ángulos (obtusángulo, rectángulo, acutángulo) y según sus lados (equilátero, isósceles, escaleno). Perímetro y área de figuras geométricas (cuadrado, rectángulo, círculo, triángulo, etc.). Definición de vértices, lados y diagonales de polígonos.

4.4 Figuras sólidas. Volumen y área superficial de algunas figuras geométricas sólidas (cubo y ortoedro⁶); definición de vértices, aristas y caras de figuras sólidas en las que tales conceptos

⁵También llamados deltoides. Entre los matemáticos de Guatemala es común la nomenclatura de Julio Rey Pastor, en la que los romboides NO son un caso particular de los paralelogramos, sino que corresponden a la figura geométrica que intuitivamente se identifica con los barriletes (deltoides). En muchos libros europeos y norteamericanos, se le llama romboide al paralelogramo que no es rombo, en nuestro caso a esta figura se le llamará simplemente “paralelogramo general”.

⁶También conocido como prisma rectangular recto, o paralelepípedo recto.

apliquen⁷.

4.5 Ángulos. Comprensión y manejo de las medidas angulares en grados. Teorema de la suma de los ángulos internos en un triángulo (180 grados), sumas de los ángulos internos en cuadriláteros (regulares o irregulares). Ángulos entre paralelas (correspondientes, opuestos por el vértice, y alternos internos y externos). Sectores circulares (perímetro y área). Definición de polígono inscrito y polígono circunscrito a una circunferencia.

4.6 Semejanza y congruencia. Concepto y reconocimiento de triángulos semejantes y congruentes. Reconocimiento de figuras geométricas (triángulos y otras) rotadas, trasladadas o dilatadas. Criterios de congruencia de triángulos: lado-lado-lado, lado-ángulo-lado y ángulo-lado-ángulo. Criterios de semejanza de triángulos: lado-lado-lado, lado-ángulo-lado y ángulo-ángulo.

4.7 Teoremas fundamentales. Teorema de los ángulos en la base de un triángulo isósceles (Pons asinorum). Teorema de Pitágoras. El teorema del ángulo central y el del ángulo inscrito. Conocimiento de los enunciados y la capacidad de aplicarlos en la resolución de problemas.

5 — ÁLGEBRA

5.1 Conceptos básicos. Definición de polinomio, término, monomio, binomio, trinomio, etc. Diferenciación entre los conceptos de variable y constante. Diferenciación entre los conceptos de dato (constante conocida) e incógnita (constante desconocida). Definición del grado de un polinomio, clasificación de polinomios según el grado (lineal, cuadrático, cúbico, cuártico, quíntico, etc.). Valuación de expresiones algebraicas para valores específicos de las variables.

5.2 Operatoria. Algunas operaciones aritméticas básicas (suma, resta y multiplicación) aplicadas a polinomios. Expansión de productos y simplificación de expresiones algebraicas, reducción de términos semejantes en polinomios.

5.3 Ecuaciones, desigualdades e inecuaciones. Diferenciar entre una ecuación y una identidad algebraica. Resolución de ecuaciones lineales mediante despeje algebraico. Concepto de inecuación (\neq) y desigualdad ($<$, $>$, \leq y \geq). Resolución de una inecuación o desigualdad lineal en una variable, representación gráfica (recta numérica) de la solución y por intervalos⁸. Despejes que involucren únicamente la aplicación de operaciones inversas para ecuaciones de varias variables (como despejar el radio en la fórmula del volumen de una esfera).

⁷Usualmente se estudian en referencia a los llamados poliedros (la generalización de polígono para tres dimensiones). Entre los poliedros más importantes están los llamados “sólidos platónicos”, o sólidos regulares.

⁸En los exámenes se aplica el convenio de notación siguiente: un intervalo abierto se representa con paréntesis, en tanto que un intervalo cerrado con corchetes. Así por ejemplo, el intervalo abierto de 3 a 5 es (3,5), mientras que el intervalo cerrado sería [3,5].

6 — COMBINATORIA

6.1 Principios. Conocer el enunciado y saber aplicar el principio de la suma, el principio de la multiplicación (como técnicas de conteo), el principio de inclusión-exclusión para dos conjuntos, y el principio de las casillas o principio de Dirichlet, que dice: *si se desea clasificar objetos en casillas, con la posibilidad de colocar uno, ninguno, o varios objetos en cada casilla, y si se cuenta con más objetos que casillas, entonces forzosamente habrá una casilla con más de un objeto.*

6.2 Conteo. Conocer la definición de factorial y su conexión con el conteo, la definición de permutación (con repetición y sin repetición), y la definición de combinación (sólo la versión sin repetición). Cálculo del número de permutaciones o combinaciones para conjuntos pequeños por exhaustión (sin fórmulas). Problemas de conteo que involucran la división por casos⁹.

6.3 Grafos. Conceptos de grafo, vértice y arista. Interpretación de poliedros como grafos. Problemas de conteo en grafos¹⁰.

7 — ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

7.1 medidas de tendencia central. Cálculo de moda, media y mediana de un listado de números racionales. Problemas aritméticos que involucren el cálculo de promedios o el cálculo de valores individuales a partir de datos que incluyan el promedio¹¹.

7.2 Probabilidad. Concepto básico de probabilidad para un número finito de eventos posibles (tiros de dados, selección de cartas en una baraja, tiros de monedas, etc.). Probabilidad conjunta de eventos independientes. Concepto de eventos mutuamente excluyentes y, entre ellos, los eventos complementarios.

⁹Por ejemplo: ¿Cuántos números de tres dígitos son tales que su primer y último dígito son iguales? En este caso, se observa que repitiendo el 1 se obtienen números del tipo $1 \square 1$, de los cuales hay 10 diferentes, y lo mismo sucede con las otras ocho posibilidades para el dígito repetido, esto es, $9 \times 10 = 90$ números en total.

¹⁰Por ejemplo: Calcular cuántas estrechadas de mano ocurren entre diez personas, si se sabe que cada persona estrechó la mano una vez con cada una de las otras nueve.

¹¹Por ejemplo: Si Juan y Pedro tienen en promedio 20 quetzales cada uno, y Pedro tiene 24, ¿Cuántos tiene Juan?