



REFORMA DE CONTENIDOS ONC MATEMÁTICA, SEGUNDO BÁSICO

Propuesta: José Carlos Bonilla
Colaboración: Ronald Oliverio Chubay Gallina
Versión: 1.0

**Contenidos declarativos, procedimentales y algunos comentarios explicativos.*

1 — TEORÍA DE CONJUNTOS

1.1 Fundamentos. Conjunto vacío, conjunto universo, cardinalidad, relaciones de pertenencia (\in) y contención (\subseteq). Conjuntos numéricos: conjunto de los números naturales (\mathbb{N}), enteros (\mathbb{Z}), racionales (\mathbb{Q}) y los números reales (\mathbb{R}).

1.2 Operaciones con conjuntos. Representación gráfica, enumerativa y descriptiva de la unión o intersección de dos o más conjuntos. Representación gráfica, enumerativa y descriptiva de la diferencia o diferencia simétrica de dos conjuntos, y del complemento de un conjunto dentro de un universo dado (notación: A^C , es el complemento del conjunto A). Pares ordenados, ternas ordenadas, construcción gráfica y enumerativa del producto cartesiano de dos conjuntos dados. Cardinalidad de un conjunto. Cardinalidad de productos cartesianos de dos o tres conjuntos. Principio de inclusión y exclusión para dos o tres conjuntos. Operaciones con conjuntos infinitos¹. Leyes de DeMorgan en conjuntos.

1.3 Subconjuntos. Capacidad de enumerar todos los subconjuntos de un conjunto dado que posea una cantidad reducida de elementos. Subconjuntos de k elementos dentro de un conjunto de n elementos (con $k \leq n$). Contención propia (\subset) e impropia (\subseteq). Escritura de subconjuntos infinitos de los enteros o naturales en forma descriptiva (por ejemplo, los múltiplos de tres se pueden codificar en forma descriptiva como: $\{3k \mid k \in \mathbb{Z}\}$).

2 — LÓGICA Y RAZONAMIENTO

2.1 Conceptos básicos de la lógica proposicional. Proposición y valor de verdad. Diferenciación entre proposición y proposición abierta². Capacidad de elaborar argumentos convincentes.³

¹Por ejemplo: en \mathbb{Z} , ¿Cuál es la intersección del conjunto de los múltiplos de tres con los pares?

²Una proposición abierta es aquella que tiene variables indeterminadas y no cuantificadas, propiamente hablando no es una proposición pues no tiene valor de verdad, a menos que se determine el valor de sus variables. Por ejemplo: “El número x es par”. Puede concebirse como un conjunto de proposiciones.

³En particular, si al alumno se le solicita un argumento, se espera una explicación clara y convincente, aunque no debe cubrir absolutamente todos los detalles ni ser enteramente formal. Una demostración en matemáticas, por

2.2 Acertijos lógicos. Pueden ser de diversa índole: problemas que involucren el valor de verdad de oraciones; la utilización de balanzas o contenedores para realizar ingeniosamente cálculos o comparaciones; búsqueda de errores en razonamientos; problemas que versen sobre mensajes codificados; búsqueda de estrategias óptimas para ser aplicadas a juegos matemáticos, o situaciones varias; etc. ⁴

2.3 Conectivos lógicos y tablas de verdad. Construcción de tablas de verdad para los conectivos lógicos básicos (conjunción \wedge , disyunción \vee , negación \neg , condicional \rightarrow y bicondicional \leftrightarrow) para dos o más proposiciones simples. Proposición compuesta. Valor de verdad de una proposición compuesta. Valor de verdad de una proposición simple dados los valores de una proposición compuesta donde está incluida. Equivalencia lógica.

2.4 Leyes de la lógica. Leyes operativas de los conectivos lógicos (asociatividad, conmutatividad, idempotencia, etc.). Leyes de De Morgan.

2.5 Patrones. Identificación y aplicación de patrones establecidos a figuras geométricas, tablas de datos, números u otros objetos para la determinación de un objeto final, después de un número finito de aplicaciones de la regla o patrón⁵.

3 — ARITMÉTICA

3.1 Axiomas. Leyes o axiomas algebraicos de los números, con respecto a las operaciones de suma, multiplicación (conmutatividad, asociatividad, distributividad, existencia del elemento neutro y la unidad, y existencia de elementos simétricos e inversos).

3.2 Divisibilidad. Definición de divisibilidad. Diferenciación entre la relación de divisibilidad ($4 \mid 12$ es verdadero) y la operación de división ($12 \div 4 = 3$). Algoritmo de la división (dividendo = divisor por cociente más residuo). Propiedades de la divisibilidad en los naturales (reflexividad, antisimetría y transitividad). Definiciones de divisor, múltiplo, divisor común, múltiplo común, máximo común divisor (MCD) y mínimo común múltiplo (MCM) para dos o más números. Criterios de divisibilidad entre números que sean potencias de dos 2, 4, 8, 3, 5, 9, 10 y 11. Algoritmo

el contrario, debe ser clara, convincente, formal y sin agujeros lógicos. Se posterga la evaluación de demostraciones a grados posteriores.

⁴Esta sección puede combinarse con otros contenidos de ésta y otras áreas, por lo que es evaluada de manera frecuente.

⁵Algunos problemas que consisten en la detección de patrones no son problemas matemáticos válidos, pues pueden depender del punto de vista y tener infinitas respuestas posibles. Tales problemas no serán evaluados. Ejemplo de un problema inválido: “Hallar el siguiente número en la sucesión: 2, 4, 6, ...”. El problema es inválido pues tiene infinitas posibles respuestas, el patrón podría continuar así: “2, 4, 6, 12, 14, 16, 22, 24, 26, 32, 34, 36, 42, 44, 46, ...”, o así: “2, 4, 6, 6, 8, 10, 10, 12, 14, 14, 16, 18, 18, ...”. Note cuán diferente parece el último patrón si se lee de tres en tres (el patrón parece completo), o si se pone atención únicamente a los números que se repiten y los que no se repiten, que ocurren de manera alternada (el patrón parece incompleto pues el 2 “debería” repetirse). Incluso podría no haber un patrón, tal y como se entiende la palabra. Sólo las definiciones pueden depender del punto de vista, no así los problemas en matemática.

de Euclides para la determinación del MCD de dos números⁶.

3.3 Primos. Número primo y número compuesto. Primos relativos. Criterios para verificar si un número dado es primo (verificar si es múltiplo de algún número mayor que 1 y menor o igual a su raíz cuadrada). Construcción de la criba de Eratóstenes. Definición de primos gemelos. Definición de números perfectos.

3.4 Teorema fundamental de la Aritmética. Comprensión del enunciado del teorema. Factorización en primos de un número natural dado. Máximo común divisor y mínimo común múltiplo de dos o más números vía sus factores primos. Número de divisores positivos de un número entero (fórmula).

3.5 Operatoria. Suma, resta, multiplicación y división de números enteros, racionales, irracionales y reales. Operaciones con decimales y fracciones. Fracciones equivalentes y simplificación de las mismas. Conversión de números racionales entre las formas siguientes: número mixto, fracción (propia o impropia), número decimal y porcentaje. Potenciación y radicación de enteros y racionales. Leyes de los exponentes y de las raíces. Leyes de los signos para la multiplicación o división de números. Jerarquía de las operaciones incluyendo signos de agrupación.

3.6 Orden. Relaciones de orden ($<$, $>$, \leq y \geq) y sus propiedades (reflexividad, antisimetría y transitividad). Recta de los números reales. Capacidad de ordenar de menor a mayor o de mayor a menor un conjunto dado de números enteros o racionales, posiblemente expresados mediante combinaciones de operaciones aritméticas. La desigualdad cuadrática como herramienta para elaborar argumentos (la desigualdad cuadrática dice que todo número real elevado al cuadrado da un resultado no negativo).

3.7 Sucesiones y series. Sucesiones aritméticas, sucesiones geométricas, series aritméticas y series geométricas. Fórmula para calcular series aritméticas, en particular la fórmula de Gauss. Sucesiones definidas recursivamente o con forma cerrada. Factorial y su jerarquía en las operaciones.

3.8 Ecuaciones en enteros.⁷ Ecuaciones de dos o tres variables con soluciones enteras (por ejemplo, encontrar los pares de enteros (x, y) tales que sean solución de la ecuación $x^2 + y^2 = 25$).

4 — GEOMETRÍA EUCLIDIANA

4.1 Razonamiento espacial. Capacidad de imaginar figuras sólidas construidas a partir de otras más simples. Estrategias para contar aristas, caras y vértices de figuras sólidas construidas a partir de cubos, tetraedros regulares, prismas y otras figuras simples. Rotación, traslación y reflexión de figuras sólidas o planas, posiblemente iteradas o combinadas.

⁶En algunos textos este método es conocido como el “método de las divisiones sucesivas”.

⁷A este tipo de ecuaciones también se les llama **ecuaciones diofantinas**.

4.2 Conceptos básicos. Segmentos de recta, definición de circunferencia, arcos de circunferencia, rectas tangentes a circunferencias, rectas secantes a circunferencias, diámetro y radio de circunferencias. Proporcionalidad como factor de conversión, y conversiones entre medidas lineales, cuadráticas y cúbicas (por ejemplo, de metros cúbicos a centímetros cúbicos).

4.3 Polígonos. Clasificación y nomenclatura de las figuras según el número de lados y otras propiedades (triángulos, cuadriláteros, paralelogramos, rombos, cuadrados, rectángulos, romboides⁸, trapecios, trapezoides, pentágonos, hexágonos, etc.). Clasificación de triángulos según sus ángulos y según sus lados. Perímetro y área de figuras geométricas (cuadrado, rectángulo, círculo, triángulo, etc.), fórmula de Herón para el área del triángulo. Vértices, lados y diagonales de polígonos.

4.4 Figuras sólidas. Volumen y área superficial de algunas figuras geométricas sólidas (esfera, cubo, cilindro, prisma recto, y ortoedro⁹); vértices, aristas y caras de figuras sólidas en las que tales conceptos apliquen¹⁰. Sólidos platónicos o regulares.

4.5 Ángulos. Medidas angulares en grados. Teorema de la suma de los ángulos internos en un triángulo (180 grados), sumas de los ángulos internos en cuadriláteros (regulares o irregulares). Ángulos entre paralelas (correspondientes, opuestos por el vértice, y alternos internos y externos). Sectores circulares (perímetro y área). Definición de polígono inscrito y polígono circunscrito a una circunferencia.

4.6 Semejanza y congruencia. Triángulos semejantes y congruentes. Reconocimiento de figuras geométricas (triángulos y otras) rotadas, trasladadas o dilatadas. Criterios de congruencia de triángulos: lado-lado-lado, lado-ángulo-lado y ángulo-lado-ángulo. Criterios de semejanza de triángulos: lado-lado-lado, lado-ángulo-lado y ángulo-ángulo.

4.7 Teoremas fundamentales. Teorema de los ángulos en la base de un triángulo isósceles (Pons asinorum). Teorema de Pitágoras. El teorema del ángulo central y el del ángulo inscrito. Teorema de Thales.

5 — ÁLGEBRA

5.1 Axiomas. Propiedades de las operaciones suma y producto en el contexto algebraico (asociatividad, conmutatividad, cerradura, distributividad, elemento neutro, elemento simétrico e inverso).

⁸También llamados deltoides. Entre los matemáticos de Guatemala es común la nomenclatura de Julio Rey Pastor, en la que los romboides NO son un caso particular de los paralelogramos, sino que corresponden a la figura geométrica que intuitivamente se identifica con los barriletes (deltoides). En muchos libros europeos y norteamericanos, se le llama romboide al paralelogramo que no es rombo, en nuestro caso a esta figura se le llamará simplemente “paralelogramo general”.

⁹También conocido como prisma rectangular recto, o paralelepípedo recto.

¹⁰Usualmente se estudian en referencia a los llamados poliedros (la generalización de polígono para tres dimensiones).

5.2 Conceptos básicos. Definición de polinomio, término, monomio, binomio, trinomio, etc. Diferenciación entre los conceptos de variable y constante. Diferenciación entre los conceptos de dato (constante conocida) e incógnita (constante desconocida). Definición del grado de un polinomio, clasificación de polinomios según el grado (lineal, cuadrático, cúbico, cuártico, quíntico, etc.).

5.3 Operatoria. Algunas operaciones aritméticas básicas (suma, resta, multiplicación) aplicadas a polinomios. Las mismas operaciones aritméticas básicas aplicadas a expresiones algebraicas más generales (fracciones o radicales simples, esto es, radicales de monomios). División de monomios. Expansión de productos y simplificación de expresiones algebraicas, reducción de términos semejantes en polinomios. Simplificación de expresiones racionales.

5.4 Productos notables. Binomio al cuadrado, producto de binomios conjugados, binomio al cubo, producto de binomios con un término común, cuadrado de un polinomio.

5.5 Factorización. Casos de factorización en una o dos variables: factor común, trinomio cuadrado perfecto, diferencia de cuadrados, factorización por agrupación.

5.6 Divisibilidad de polinomios. Definición de la divisibilidad de polinomios. Definiciones de múltiplo, divisor, múltiplo común, divisor común, mínimo común múltiplo y máximo común divisor.

5.7 Teoremas básicos. Definición de raíz de un polinomio. El teorema del factor. Enunciado y aplicaciones del teorema fundamental del Álgebra.

5.8 Ecuaciones, desigualdades e inecuaciones. Diferenciación entre ecuaciones e identidades algebraicas. Resolución de ecuaciones lineales mediante despeje algebraico. Concepto de inecuación (\neq) y desigualdad ($<$, $>$, \leq y \geq). Inecuaciones o desigualdades lineales en una variable, representación gráfica (recta numérica) de la solución y por intervalos¹¹. Despejes que involucren únicamente la aplicación de operaciones inversas para ecuaciones de varias variables (ejemplo: despejar el radio en la fórmula del volumen de una esfera). Sistemas de ecuaciones lineales en 2 variables.

6 — COMBINATORIA

6.1 Principios. Definición y aplicaciones del principio de la suma y del principio de la multiplicación (como técnicas de conteo), el principio de inclusión-exclusión para dos conjuntos, y el principio de las casillas o principio de Dirichlet¹².

¹¹En los exámenes se aplica el convenio de notación siguiente: un intervalo abierto se representa con paréntesis, en tanto que un intervalo cerrado con corchetes. Así por ejemplo, el intervalo abierto de 3 a 5 es $(3,5)$, mientras que el intervalo cerrado sería $[3,5]$.

¹²Este principio dice: Si se desea clasificar objetos en casillas, con la posibilidad de colocar uno, ninguno, o varios objetos en cada casilla, y si se cuenta con más objetos que casillas, entonces forzosamente habrá una casilla con más de un objeto.

6.2 Conteo. Factorial y su conexión con el conteo. Permutaciones (con repetición y sin repetición). Combinación (sin repetición). Fórmulas básicas de conteo: ${}_nP_k$ y ${}_nC_k$. Problemas de conteo que involucran la división por casos¹³.

6.3 Grafos. Grafo, vértice y arista. Interpretación de poliedros como grafos. Problemas de conteo en grafos¹⁴.

7 — ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

7.1 Estadística. Medidas de tendencia central (media, mediana, moda) para un conjunto de datos racionales. Interpretación y elaboración de tablas de frecuencias. Problemas algebraicos que involucran promedios.

7.2 Probabilidad. Concepto básico de probabilidad para un número finito de eventos (tiros de dados, selección de cartas en una baraja, tiros de monedas, etc.). Probabilidad conjunta de eventos independientes. Concepto de eventos mutuamente excluyentes y, entre ellos, los eventos complementarios.

¹³Por ejemplo: ¿Cuántos números de tres dígitos son tales que su primer y último dígito son iguales? En este caso, se observa que repitiendo el 1 se obtienen números del tipo $1 \square 1$, de los cuales hay 10 diferentes, y lo mismo sucede con las otras ocho posibilidades para el dígito repetido, esto es, $9 \times 10 = 90$ números en total.

¹⁴Por ejemplo: Calcular cuántas estrechadas de mano ocurren entre diez personas, si se sabe que cada persona estrechó la mano una vez con cada una de las otras nueve.